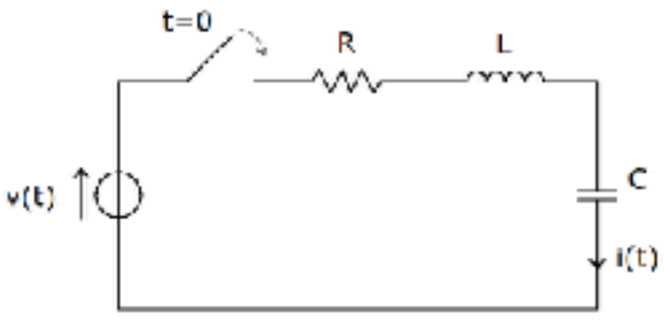
11. ELETTROTECNICA

FASORI

Eccitiamo il seguente circuito con una forzante sinusoidale:



$$v(t) = V_M \sin(\omega t + \gamma)$$

Dove V_M è il valore di picco e γ è la fase iniziale.

Trasformiamo in forma euleriana la funzione:

$$v(t) = V_M \frac{e^{j\omega t} e^{j\gamma} - e^{-j\omega t} e^{-j\gamma}}{2j} = V_M \left(\frac{e^{j\omega t} e^{j\gamma}}{2j} - \frac{e^{-j\omega t} e^{-j\gamma}}{2j} \right)$$

Definiamo fasori nuovi numeri complessi che codificano il valore di picco della funzione sinusoidale e la sua fase iniziale:

$$\bar{V} = V_M e^{j\gamma} = fasore$$

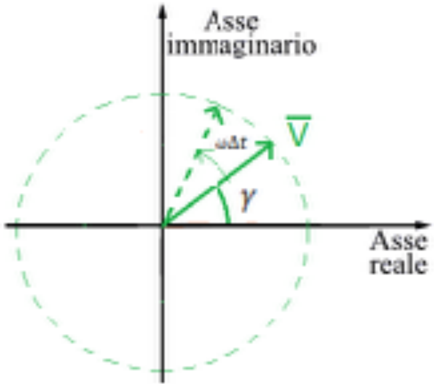
$$\bar{V}* = V_M e^{-j\gamma} = fasore\ coniugato$$

Quindi la funzione risulterà:

$$v(t) = \frac{\bar{V} e^{j\omega t}}{2j} - \frac{\bar{V}* e^{-j\omega t}}{2j}$$

RAPPRESENTAZIONE DI FASORI SUL PIANO DI GAUSS

Il fasore $\bar{V}$ rappresenta un vettore sul piano di Gauss con angolazione γ:



Il vettore $\bar{V} e^{j\omega t}$, invece, al tempo $t = 0$ coincide con $\bar{V}$; mentre per un $t \neq 0$ il vettore $\bar{V}$ avrà subito una rotazione in senso antiorario pari a $\omega \, \Delta \, t$. Per il fasore coniugato valgono le stesse proprietà; le uniche cose che cambiano sono la posizione (il vettore $\bar{V}^*$ sarebbe il vettore $\bar{V}$ specchiato rispetto all'asse reale) e il verso di rotazione ($\bar{V}^* e^{-j\omega t}$ ruota in senso orario perché abbiamo $-\omega \, \Delta \, t$).

Torniamo al nostro circuito….

Determiniamo la corrente in funzione del tempo:

$$i(t) = i_l(t) + i_f(t)$$

La risposta libera arriverà ad estinguersi col tempo perché la sua forma è composta da esponenziali negativi che per t → ∞ tenderanno a zero e, come abbiamo già visto in precedenza, avremo oscillatori smorzanti o senza oscillazioni a seconda del determinante. La risposta forzata, invece, qualora fosse una funzione limitata, sarà sempre presente anche quando la risposta libera si estingue e dà luogo allo studio del regime permanente, cioè a quelle condizioni che permangono una volta che il regime transitorio si esaurisce.

La forma di $i_l(t)$ già la conoscevamo:

$$i_l(t) = k_1 \, e^{\alpha_1 t} + k_2 \, e^{\alpha_2 t}$$

Mentre la risposta forzata avrà per similarità la stessa forma della forzante $v(t)$:

$$i_f(t) = \frac{\bar{I}_f \; e^{j\omega t}}{2j} - \frac{\bar{I}_f^{\,*} e^{-j\omega t}}{2j}$$

La differenza con la forzante è che nella formula di quest'ultima i valori dei fasori della tensione sono noti, mentre i fasori della corrente sono incognite:

$$\bar{I}_f = I_M \, e^{j\beta}$$

$$\bar{I}_f^{\,*} = I_M \, e^{-j\beta}$$

Dove β è la fase iniziale della corrente (incognita) e I_M il suo valore di picco (incognito). Possiamo risalire alla funzione sinusoidale della corrente in risposta forzata:

$$i_f(t) = I_M \sin(\omega t + \beta)$$

Applicando il principio alle tensioni di Kirchhoff otteniamo:

$$v(t) = R\, i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + v_C$$

$$i(t) = C\frac{dv_C}{dt}$$

Effettuando le dovute sostituzioni a ciascun termine:

$$\frac{\bar{V}\, e^{j\omega t}}{\cancel{2j}} - \frac{\bar{V}^* e^{-j\omega t}}{\cancel{2j}} = R\left[\frac{\bar{I}_f\, e^{j\omega t}}{\cancel{2j}} - \frac{\bar{I}_f^{\,*} e^{-j\omega t}}{\cancel{2j}}\right] + j\omega L\left[\frac{\bar{I}_f\, e^{j\omega t}}{\cancel{2j}} + \frac{\bar{I}_f^{\,*} e^{-j\omega t}}{\cancel{2j}}\right] + \frac{\bar{V}_C\, e^{j\omega t}}{\cancel{2j}} - \frac{\bar{V}_C^{\,*} e^{-j\omega t}}{\cancel{2j}}$$

$$\left[\frac{\bar{I}_f\, e^{j\omega t}}{\cancel{2j}} - \frac{\bar{I}_f^{\,*} e^{-j\omega t}}{\cancel{2j}}\right] = j\omega C\frac{\bar{V}_C\, e^{j\omega t}}{\cancel{2j}} + \frac{\bar{V}_C^{\,*} e^{-j\omega t}}{\cancel{2j}}$$

Teoricamente dovrei isolare nella seconda equazione $\bar{V}_C$ e il suo coniugato, per poi sostituirli nella prima equazione ma ragioniamo sui termini presenti: abbiamo elementi, sia a sinistra che a destra delle equazioni, moltiplicati per $e^{j\omega t}$ o per $e^{-j\omega t}$. Quindi possiamo applicare il principio d'identità dei polinomi: tutto ciò che moltiplica una variabile a sinistra deve essere uguale a tutto quello che moltiplica la stessa variabile a destra. Per la seconda equazione abbiamo dunque che:

- Per $e^{j\omega t}$:

$$\bar{I}_f = j\omega C\, \bar{V}_C \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\, \bar{I}_f$$

- Per $e^{-j\omega t}$:

$$\bar{I}_f^{\,*} = -j\omega C\, \bar{V}_C^{\,*} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_C^{\,*} = -\frac{1}{j\omega C}\, \bar{I}_f^{\,*}$$

L'aver usato i fasori e il principio d'identità dei polinomi ci ha implicitamente fatto scoprire un legame tra derivate/integrali e fasori. Se abbiamo da calcolare una derivata temporale di una certa funzione, essa sarà corrispondente al prodotto tra $j\omega$ e il fasore corrispondente:

$$\frac{d(\ldots)}{dt} \Leftrightarrow j\omega(\bar{\ldots})$$

Se dobbiamo calcolare un integrale temporale, invece, essò potrà essere visto come reciproco di $j\omega$ per il fasore della relativa funzione:

$$\int(\ldots)dt \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega}(\bar{\ldots})$$

Inoltre tale corrispondenza elimina la variabile temporale.

<u>N.B.</u>: *l'operatore tra i due termini non può essere l'uguale perché per mettere il segno di uguaglianza dovrei sommare al fasore anche il suo coniugato.*

Passiamo alla prima equazione e sfruttiamo nuovamente il principio d'identità:

- Per $e^{j\omega t}$:

$$\bar{V} = R\,\bar{I}_f + j\omega L\ \bar{I}_f + \bar{V}_C \quad \Rightarrow \quad \bar{V} = R\,\bar{I}_f + j\omega L\ \bar{I}_f + \frac{1}{j\omega C}\ \bar{I}_f$$

- Per $e^{-j\omega t}$:

$$-\bar{V}^* = -R\bar{I}_f^* + j\omega L\,\bar{I}_f^* - \bar{V}_C^* \quad \Rightarrow \quad \bar{V}^* = R\bar{I}_f^* - j\omega L\,\bar{I}_f^* - \frac{1}{j\omega C}\ \bar{I}_f^*$$

Da cui:

$$\bar{V} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\ \bar{I}_f$$

$$\bar{V}^* = \left[R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\ \bar{I}_f^*$$

Essendo due numeri coniugati per giungere alla soluzione ne possiamo studiare d'ora in poi solo uno dei due perché l'altro si ricava di conseguenza. Concentriamoci allora sulla prima equazione di fasori:

$$\bar{V} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\ \bar{I}_f \quad \Rightarrow \quad \bar{V} = \dot{Z}\ \bar{I}_f$$

Come possiamo notare da sopra, il blocco tra parentesi quadre è stato codificato con un operatore di numeri complessi, $\dot{Z}$, che prende il nome di impedenza e ha le dimensioni dell'ohm (Ω). Per questo motivo possiamo affermare di aver trovato la legge di Ohm valida per il regime permanente sinusoidale e l'impedenza può essere scritta come la somma di una parte reale e una immaginaria:

$$\dot{Z} = R + jX$$

La parte reale dell'impedenza, **R**, è la resistenza ed è sempre positiva; la parte immaginaria, **X**, prende il nome di reattanza e può essere negativa, positiva o nulla a seconda dei valori di L e C.

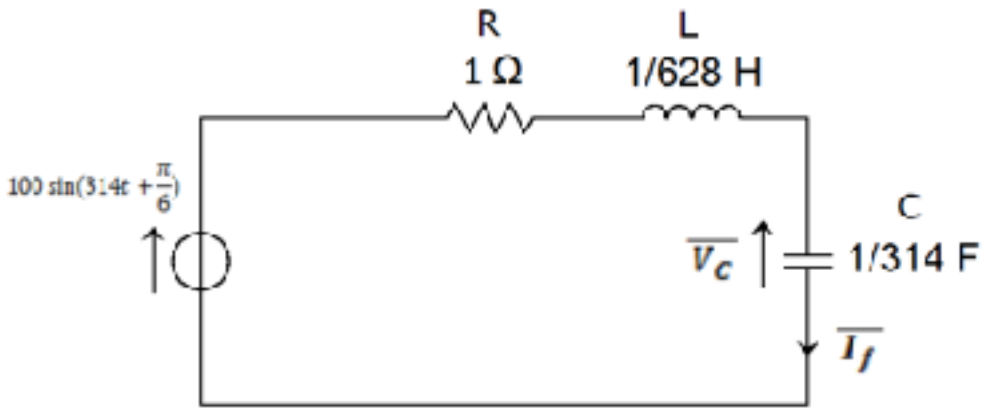
Nei casi in cui la reattanza è nulla $\left(\omega L = \frac{1}{\omega C}\right)$ diciamo che siamo in risonanza perché, pur essendoci la presenza di un induttore e di un condensatore, il circuito si comporta come se fosse puramente resistivo. Ovviamente la forzante potrà far risonare il circuito con un'unica pulsazione, che è quella che annulla la reattanza, detta appunto pulsazione di risonanza:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

N.B.: è lo stesso valore che trovavamo nei circuiti RLC quando R=0.

ESEMPIO APPLICATIVO

Determinare $\bar{V}_C$ e $\bar{I}_f$ in regime permanente sinusoidale nel seguente circuito:



N.B.: se i generatori di tensione fossero stati due: se avevano ugual fase iniziale avremmo sommato le due funzioni (100 sin… + 100 sin… = 200 sin…); se le fasi fossero state diverse avremmo dovuto effettuare la somma vettoriale dei fasori e trasformare in cartesiane le forme euleriane. Se per esempio avessimo avuto π/6 per un generatore e π/4 per l'altro:

$$100\, e^{j\frac{\pi}{6}} + 100\, e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \Rightarrow \quad 100\left[cos\frac{\pi}{6} + cos\frac{\pi}{4}\right] + j100\left[sin\frac{\pi}{6} + sin\frac{\pi}{4}\right]$$

Eseguendo le somme tra gli angoli posso trovare un generatore equivalente.

$$\bar{V} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] \bar{I}$$

$$100\, e^{j\frac{\pi}{6}} = \left[1 + j\left(314\frac{1}{628} - \frac{314}{314}\right)\right] \bar{I} \quad \Rightarrow \quad 100\, e^{j\frac{\pi}{6}} = \left[1 + j\left(-\frac{1}{2}\right)\right] \bar{I}$$

$$100\, e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}}\, e^{j\, arctg\frac{-\frac{1}{2}}{1}}\, \bar{I} \quad \Rightarrow \quad \bar{I} = \frac{2 \bullet 100\, e^{j\frac{\pi}{6}} \bullet e^{j\, arctg\frac{1}{2}}}{\sqrt{5}}$$

Il fasore della tensione $\bar{V}$ può essere scritto in generale:

$$\bar{V} = \dot{Z}\ \bar{I} = \left|\dot{Z}\right|\ e^{j\varphi}\ \bar{I}$$

Da cui:

$$V_M e^{j\gamma} = \left|\dot{Z}\right|\ e^{j\varphi} I_M e^{j\beta} \qquad \Rightarrow \qquad I_M e^{j\beta} = \frac{V_M e^{j\gamma}}{\left|\dot{Z}\right|\ e^{j\varphi}}$$

Da quest'ultima espressione possiamo ricavare per confronto due relazioni:

$$I_M = \frac{V_M}{\left|\dot{Z}\right|}$$

$$\beta = \gamma - \varphi \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = \gamma - \beta$$

L'argomento dell'impedenza φ mi da lo sfasamento della corrente rispetto alla tensione.

Stiamo scoprendo quindi che l'impedenza sta assumendo lo stesso ruolo che la resistenza aveva nei circuiti senza memoria. Di conseguenza possiamo definire l'inverso dell'impedenza (come la resistenza aveva la conduttanza come inversa):

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}}$$

Che prende il nome di ammettenza e che, come l'impedenza possiede una parte reale (conduttanza) e una immaginaria (suscettanza):

$$\dot{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

<u>N.B.</u>: G pur chiamandosi conduttanza non è l'inverso della resistenza. Lo è solo se la reattanza X è nulla. Analogamente la suscettanza è l'inverso dell'impedenza solo se la resistenza R è nulla.

Naturalmente i metodi generali trovano applicazione anche con ammettenze e impedenze:

METODO DEI NODI

$$\left[Y_{NO}\right]\left[\bar{V}_{NO}\right] = \left[\bar{I}_{NO}\right]$$

Dove: $\left[Y_{NO}\right] = ammettenze\ di\ nodo$

$\left[\bar{V}_{NO}\right] = fasori\ di\ tensione\ di\ nodo\ (incognite)$

$\left[\bar{I}_{NO}\right] = fasori\ di\ corrente\ di\ nodo$

METODO DELLE MAGLIE

$$\left[\dot{Z}_m\right]\left[\bar{I}_m\right] = \left[\bar{E}_m\right]$$

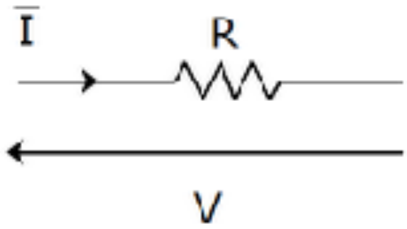
Dove: $[\dot{Z}_m] = impedenze\ di\ maglia$

$[\bar{I}_m] = fasori\ di\ corrente\ di\ maglia\ (incognite)$

$[\bar{E}_m] = fasori\ di\ tensione\ di\ maglia$

LEGGI COSTITUTIVE DEI BIPOLI IDEALI STANDARD IN REGIME PERMANENTE SINUSOIDALE

RESISTORE



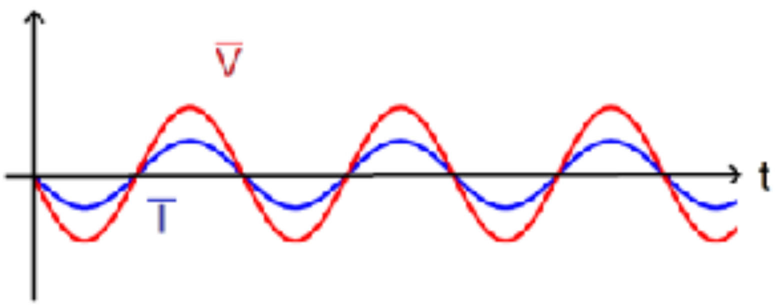
Stando in regime permanente sinusoidale la legge costitutiva generale del resistore che lega fasore di tensione e fasore di corrente è:

$$\bar{V} = \dot{Z}\ \bar{I}$$

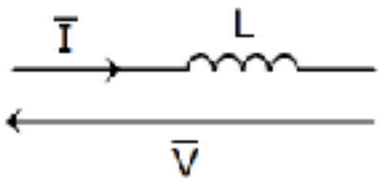
In sola presenza di un resistore, l'impedenza $\dot{Z}$, espressa come numero complesso, è pari a:

$$\dot{Z} = R + j0 = R$$

Per cui $\varphi = 0$ e $\gamma = \beta$. Perciò non c'è sfasamento tra tensione e corrente e le due grandezze si dicono in fase, mentre i fasori corrente e tensione, se rappresentati sul piano di Gauss, sono sovrapposti. Sull'oscilloscopio osserveremo due sinusoidi in cui gli zeri e le ascisse dei punti di max e min coincidono mentre la scala verticale è arbitraria:



INDUTTORE



L'impedenza $\dot{Z}$, espressa come numero complesso, è pari a:

$$\dot{Z} = j\omega L$$

Che scritta in forma euleriana:

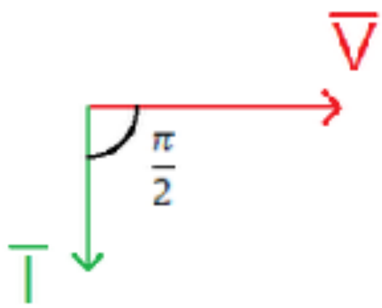
$$\dot{Z} = \omega L \, e^{j\frac{\pi}{2}}$$

In questo caso, dato che $\varphi = \frac{\pi}{2}$, i fasori tensione e corrente sono sfasati di un certo angolo che si può calcolare nel seguente modo:

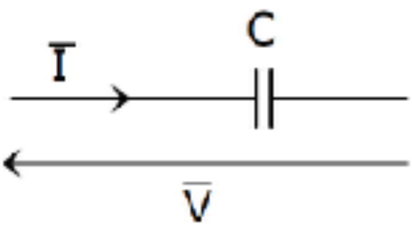
$$\beta = \gamma - \varphi = \gamma - \frac{\pi}{2}$$

<u>N.B.</u>: l'angolo φ in gergo tecnico viene detta quadratura se pari a $\frac{\pi}{2}$; opposizione se pari a π.

Il segno negativo davanti a φ sta a indicare che la corrente è in ritardo rispetto alla tensione di $\frac{\pi}{2}$; oppure, se avessimo cambiato soggetto, la tensione è in anticipo sulla corrente di $\frac{\pi}{2}$. Sul piano di Gauss l'angolo ruota in senso orario se è negativo, antiorario se positivo (e allora diremo che la corrente è in anticipo rispetto alla tensione):



CONDENSATORE



L'impedenza $\dot{Z}$, espressa come numero complesso, è pari a:

$$\dot{Z} = -\frac{j}{\omega C}$$

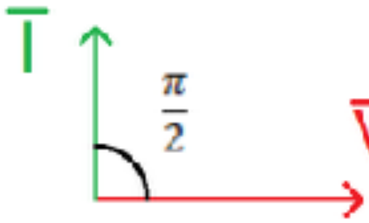
Che scritta in forma euleriana:

$$\dot{Z} = \frac{1}{\omega C}\, e^{j\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{\omega C}\, e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

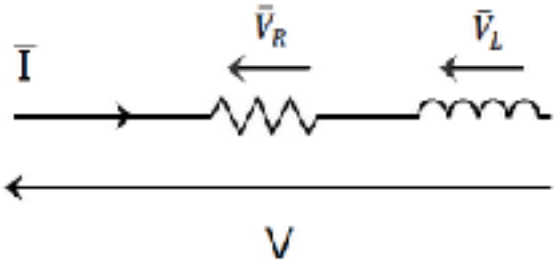
Calcoliamo lo sfasamento:

$$\beta = \gamma - \varphi = \gamma + \frac{\pi}{2}$$

E quindi, rappresentando i fasori, possiamo notare che stavolta la corrente è in quadratura d'anticipo e la tensione è in ritardo:



LATO OHMICO-INDUTTIVO: RESISTORE IN SERIE A UN INDUTTORE



Applichiamo il principio alle tensioni di Kirchhoff:

$$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L = R\bar{I} + j\omega L\,\bar{I}$$

Da cui possiamo ricavare l'impedenza $\dot{Z}$:

$$\dot{Z} = R + j\omega L$$

Osservando la prima equazione possiamo affermare che il fasore $\bar{V}$, se rappresentato sul piano, è un vettore dato dalla somma di altri due vettori $\bar{V}_R$ e $\bar{V}_L$. Inoltre la corrente $\bar{I}$ è in fase con il resistore **R** (e quindi i vettori $\bar{V}_R$ e $\bar{I}$ saranno sovrapposti), ma in quadratura con l'induttore L (e quindi i vettori $\bar{V}_L$ e $\bar{I}$ saranno perpendicolari tra loro). A questo punto rimane da scoprire quale angolo la corrente forma con la tensione:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\dot{Z}}$$

Esplicitiamo l'impedenza:

$$\dot{Z} = \left|\dot{Z}\right| e^{j\, arctg \frac{\omega L}{R}}$$

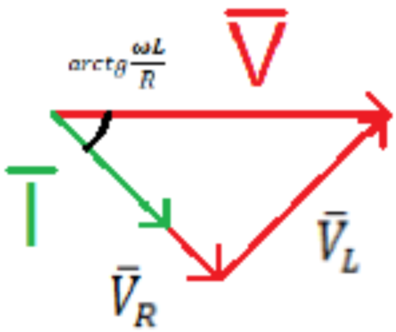
Ottenendo:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\left|\dot{Z}\right|} e^{-j\, arctg \frac{\omega L}{R}} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{-j\, arctg \frac{\omega L}{R}}$$

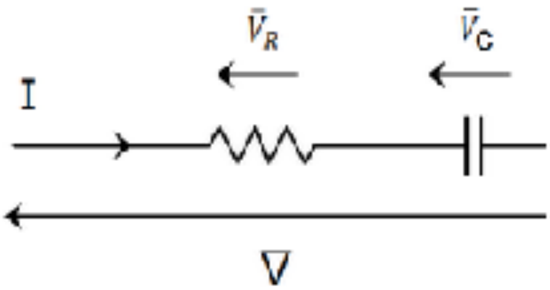
Per cui l'angolo di sfasamento sarà:

$$\varphi = -\, arctg \frac{\omega L}{R}$$

Con la corrente che risulta in ritardo rispetto alla tensione:



LATO OHMICO-CAPACITIVO: RESISTORE IN SERIE A UN CONDENSATORE



Applichiamo il principio alle tensioni di Kirchhoff:

$$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_C = R\bar{I} - \frac{j}{\omega C} \bar{I}$$

Da cui possiamo ricavare l'impedenza $\dot{Z}$:

$$\dot{Z} = R - j\frac{1}{\omega C}$$

Osservando la prima equazione possiamo affermare che il fasore $\bar{V}$, se rappresentato sul piano, è un vettore dato dalla somma di altri due vettori $\bar{V}_R$ e $\bar{V}_C$. Inoltre la corrente $\bar{I}$ è in fase con il resistore **R** (e quindi i vettori $\bar{V}_R$ e $\bar{I}$ saranno sovrapposti), ma in quadratura con il condensatore **C** (e quindi i vettori $\bar{V}_C$ e $\bar{I}$ saranno perpendicolari tra loro). A questo punto rimane da scoprire quale angolo la corrente forma con la tensione:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\dot{Z}}$$

Esplicitiamo l'impedenza:

$$\dot{Z} = \left|\dot{Z}\right| e^{j\,arctg\frac{-\frac{1}{\omega C}}{R}+2\pi} = \left|\dot{Z}\right| e^{-j\,arctg\frac{1}{\omega CR}+2\pi}$$

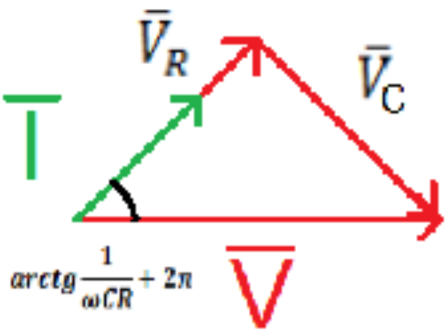
Ottenendo:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\left|\dot{Z}\right|} e^{j\,arctg\frac{1}{\omega CR}+2\pi} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\,arctg\frac{1}{\omega CR}+2\pi}$$

Per cui l'angolo di sfasamento sarà:

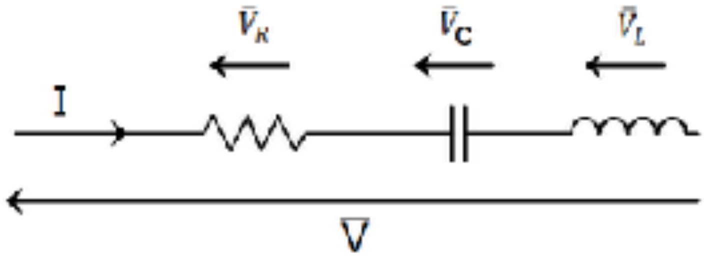
$$\varphi = arctg\frac{1}{\omega CR} + 2\pi$$

Con la corrente che risulta in anticipo rispetto alla tensione:



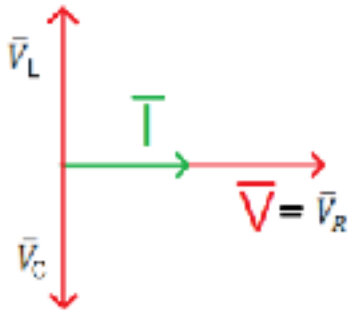
La soluzione, come si può notare dalla rappresentazione grafica, è la duale del caso ohmico-induttivo.

RESISTORE, INDUTTORE E CONDENSATORE IN SERIE



Se avessimo un lato composto da una serie di resistore, condensatore e induttore, esso, a seconda di quale dei due componenti con memoria prevale, può essere ricondotto a uno dei due lati esaminati in precedenza: avremo un lato ohmico-induttivo se a prevalere è l'induttore (impedenza X totale maggiore di zero) oppure un lato ohmico-capacitivo se a prevalere è invece il condensatore (impedenza X totale minore di zero).

Il caso di risonanza avviene, invece, quando nessuno dei due prevale sull'altro, ovvero, in termini elettrotecnici, quando le tensioni ai capi dei due dispositivi sono in *opposizione* e in *egual modulo*. Dal punto di vista grafico, invece, la somma vettoriale di $\bar{V}_L$ e $\bar{V}_C$ è zero con ampiezza incognita e quindi la tensione corrisponderà solo con il fasore del resistore:



Inoltre se riprendiamo l'espressione della corrente:

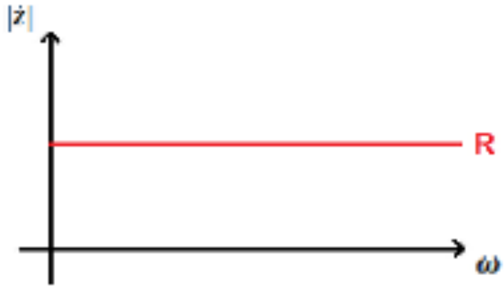
$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\left|\dot{Z}\right|} e^{j\varphi}$$

Il modulo dell'impedenza assume il suo valore minimo dato che la reattanza è nulla; di conseguenza la corrente assumerà il valore massimo e il che fa della risonanza un fenomeno pericoloso e da evitare.

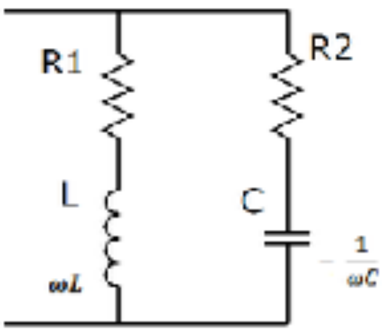
ANDAMENTO DELL'IMPEDENZA IN FUNZIONE DELLA PULSAZIONE

RESISTORE

$$\dot{Z} = R + j0 = R$$



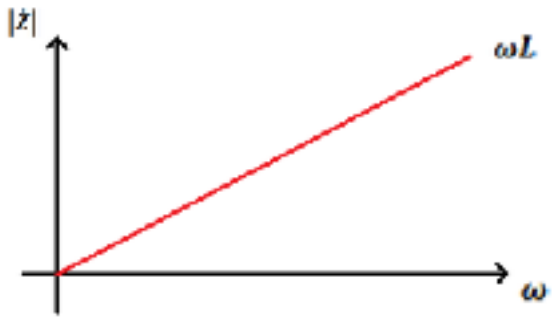
La parte reale dell'impedenza è costante e non varia al variare della pulsazione solo se sto analizzando un singolo resistore; se infatti avessimo un resistore accoppiato con un induttore o con un condensatore allora l'impedenza equivalente dipenderà dalla pulsazione:



Se abbiamo pulsazioni molto basse, tendenti allo zero, avremo che l'impedenza equivalente è R1 e come rappresentazione esterna avremo un *cortocircuito* ideale per il primo lato e un *circuito aperto* per il secondo; se, invece, abbiamo pulsazioni molto alte, tendenti all'infinito, l'impedenza equivalente sarà R2 con un circuito aperto per il primo lato e un cortocircuito per il secondo:

INDUTTORE

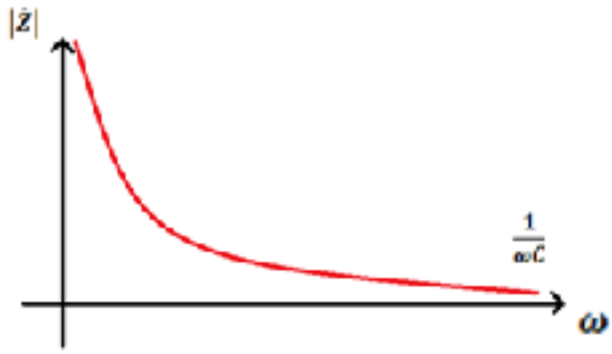
$$\dot{Z} = j\omega L$$



L’impedenza varia linearmente al variare della pulsazione. Il coefficiente della retta dipende da L.

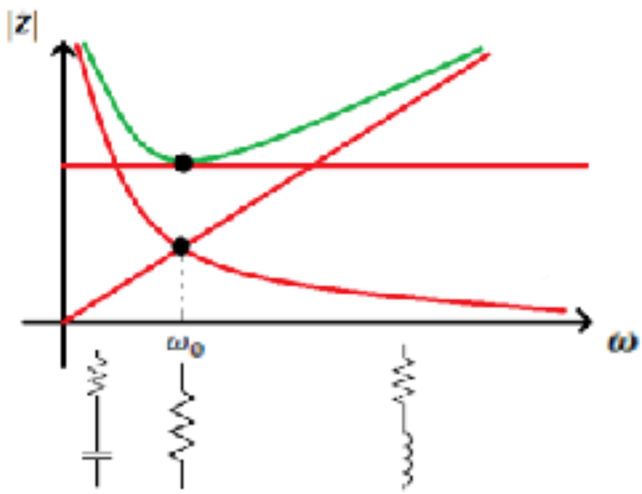
CONDENSATORE

$$\dot{Z} = -\frac{j}{\omega C}$$



L’andamento è iperbolico.

Rappresentando i tre grafici principali su un unico grafico è possibile effettuare importanti osservazioni:



Dove la curva in verde rappresenta l'andamento dell'impedenza in funzione della pulsazione. Si nota che quando la curva del condensatore si interseca con la retta dell'induttore abbiamo il caso della risonanza (con ω_0 che è la *pulsazione di risonanza*): la curva dell'impedenza ha un minimo in corrispondenza di tale valore e il circuito assumerà un comportamento *puramente resistivo*.

Per valori minori di ω_0 l'impedenza del condensatore aumenta, quella dell'induttore cala e quindi avremo un comportamento *resistivo-capacitivo*. Per valori maggiori di ω_0 l'impedenza del condensatore diminuisce, quella dell'induttore aumenta e quindi avremo un comportamento *resistivo-induttivo*.

ANDAMENTO DELLA FASE E DELLA CORRENTE IN FUNZIONE DELLA PULSAZIONE

Ricordiamo che la fase coincide con l'argomento dell'impedenza e che restituisce lo sfasamento della tensione sulla corrente:

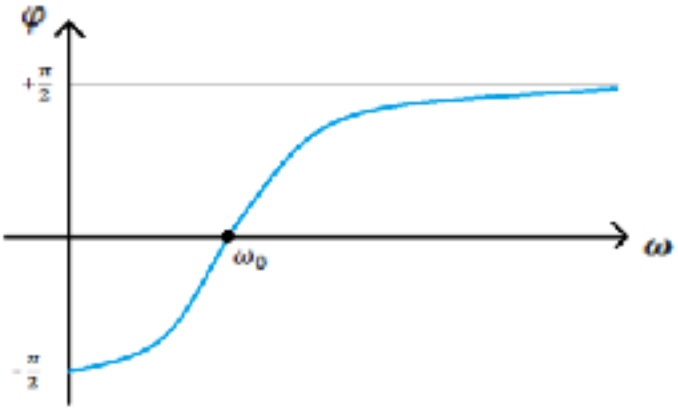
$$\varphi = arctg\frac{X}{R}$$

Se la pulsazione è nulla avremo:

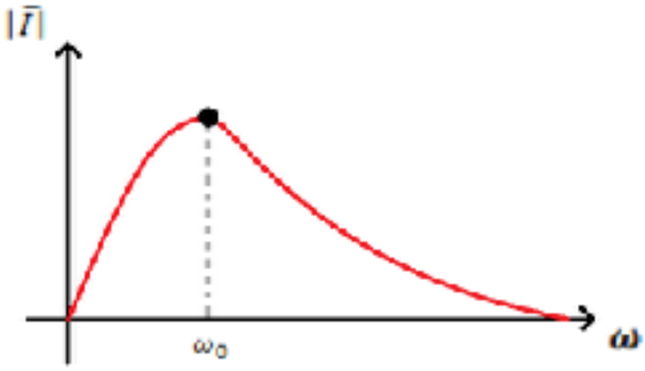
$\varphi = arctg\frac{0}{R} = 0$ nel caso del resistore;

$\varphi = arctg\frac{-\frac{1}{\omega C}}{R} = arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$ nel caso del condensatore;

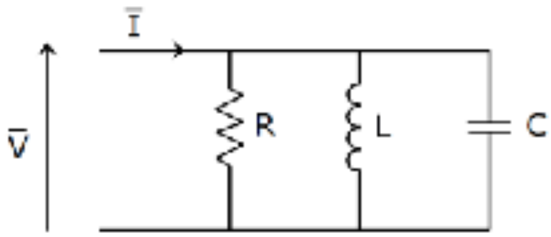
$\varphi = arctg\frac{\omega L}{R} = arctg(+\infty) = +\frac{\pi}{2}$ nel caso dell'induttore;



La corrente invece, come abbiamo avuto modo di vedere prima, è zero quando la pulsazione è nulla perché l'impedenza tende a infinito (cortocircuito); ha un massimo quando l'impedenza ha un minimo (risonanza) e si annulla di nuovo quando la pulsazione tende a infinito (circuito aperto):



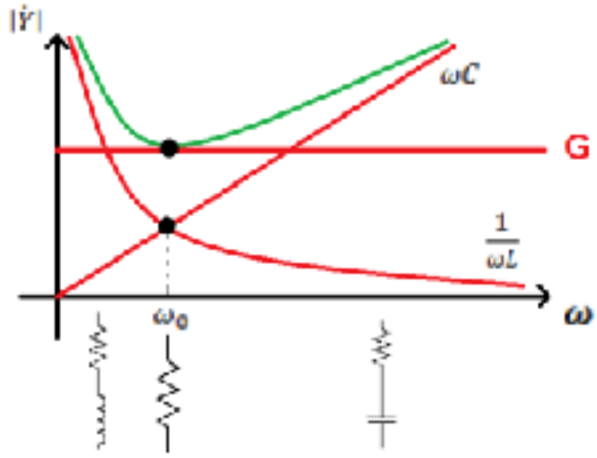
RESISTORE, INDUTTORE E CONDENSATORE IN PARALLELO



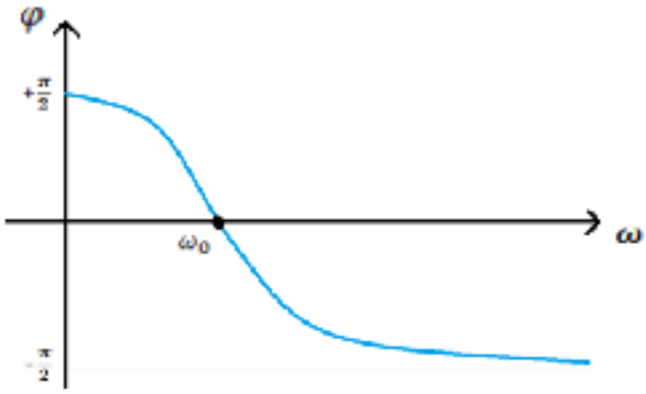
Applicando il concetto di dualità è possibile verificare velocemente cosa accade se il circuito RLC è in parallelo: al posto del modulo dell'impedenza $|\dot{Z}|$ avremo il modulo dell'ammettenza $|\dot{Y}|$ e quindi la retta che aveva come equazione ωL ora è ωC, mentre l'iperbole diventa $\frac{1}{\omega L}$ e la **R** diventa **G**.

Dunque ora la fase φ coincide con l'argomento dell'ammettenza e stavolta sta a indicare lo sfasamento della corrente sulla tensione. Il suo andamento sarà una curva speculare a quella del caso in serie: a pulsazione nulla vale $+\frac{\pi}{2}$, si annulla in corrispondenza della pulsazione di risonanza (che nei casi in parallelo prende il nome di antirisonanza) e poi tende asintoticamente a $-\frac{\pi}{2}$.

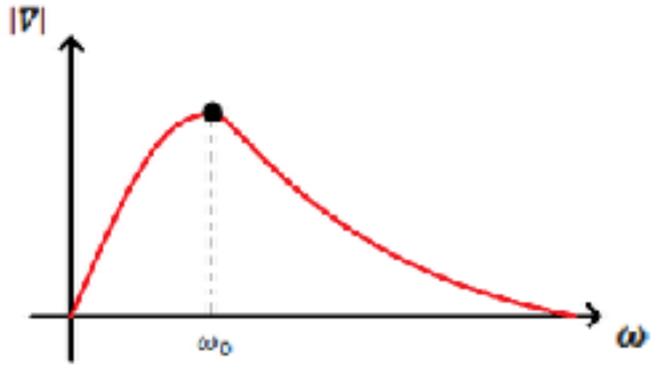
Infine la grandezza che andremo a rappresentare (con lo stesso andamento) sarà la tensione perché iniettiamo corrente nel parallelo e avremo un massimo in corrispondenza del minimo dell'ammettenza (antirisonanza).



$|\dot{Y}|$
ωC
G
$\frac{1}{\omega L}$
ω_0
ω



φ
$+\frac{\pi}{2}$
ω_0
ω
$-\frac{\pi}{2}$



$|\dot{V}|$
ω_0
ω